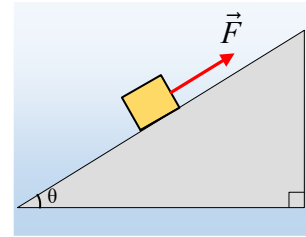


## Τραβώντας το νήμα εξασφαλίζουμε ισορροπία

Σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως  $\theta$ , τοποθετούμε ένα μάζας  $m=5\text{kg}$ , το οποίο παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu=0,6$ .

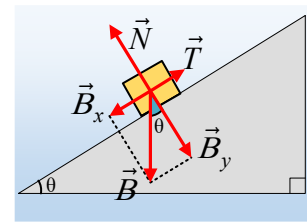


- i) Να αποδείξετε ότι το σώμα δεν θα ισορροπήσει, αλλά θα κινηθεί προς τα κάτω.
- ii) Για να εξασφαλιστεί η ισορροπία του σώματος, το δένουμε με ένα νήμα, μέσω του οποίου ασκούμε πάνω του μια δύναμη, παράλληλη στο επίπεδο μέτρου  $F_1=25\text{N}$ . Να υπολογιστεί η τριβή που ασκείται στο σώμα, στην περίπτωση αυτή.
- iii) Ποια είναι η ελάχιστη και ποια η μέγιστη τιμή, την οποία μπορεί να πάρει η δύναμη  $F$ , ενώ διατηρείται η ισορροπία του σώματος.
- iv) Αν  $F=F_2=12\text{N}$ , να υπολογιστεί η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα.

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ ,  $\eta\mu\theta=0,8$  και  $\sigma\upsilon\nu\theta=0,6$ , ενώ η οριακή στατική τριβή θεωρείται ίση με την τριβή ολίσθησης.

### Απάντηση.

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, μόλις αφεθεί στο κεκλιμένο επίπεδο, όπου έχει αναλυθεί το βάρος σε δύο συνιστώσες, μια παράλληλη στο επίπεδο  $B_x$  και μια κάθετη στο επίπεδο  $B_y$ . Η γωνία μεταξύ του βάρους και της συνιστώσας  $B_y$  είναι ίση με την κλίση  $\theta$  του επιπέδου (οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές). Για τις δύο συνιστώσες έχουμε:



$$\eta\mu\theta = \frac{B_x}{B} \rightarrow B_x = mg \cdot \eta\mu\theta = 5 \cdot 10 \cdot 0,8 \text{ N} = 40 \text{ N}$$

$$\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{B_y}{B} \rightarrow B_y = mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 5 \cdot 10 \cdot 0,6 \text{ N} = 30 \text{ N}$$

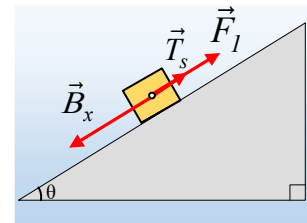
Από την ισορροπία του σώματος στην κάθετη στο επίπεδο διεύθυνση, παίρνουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N = B_y = 30 \text{ N} \rightarrow$$

$$T_{ολ} = \mu N = 0,6 \cdot 30 \text{ N} = 18 \text{ N}$$

Παρατηρούμε ότι στη διεύθυνση  $x$ , την παράλληλη στο επίπεδο, η συνιστώσα  $B_x$  έχει μεγαλύτερο μέτρο, από την μέγιστη δυνατή τριβή που μπορεί να αναπτυχθεί ( $T_{ορ} = T_{ολ}$ ), οπότε το σώμα θα επιταχυνθεί προς τα κάτω και δεν θα ισορροπήσει.

- ii) Ασκώντας στο σώμα, μέσω του νήματος, δύναμη  $F_1=25\text{N}$  με φορά προς τα πάνω, παράλληλη στο επίπεδο, το σώμα τείνει ξανά να επιταχυνθεί προς τα κάτω, αφού  $B_x > F_1$ . Αλλά τότε θα ασκηθεί στο σώμα και δύναμη **στατικής** τριβής, όπως στο σχήμα (για απλοποίηση του σχήματος έχουν σχεδιαστεί μόνο οι δυνάμεις οι παράλληλης στο επίπεδο). Αν υποθέσουμε ότι το σώμα ισορροπεί, τότε θα απαιτηθεί στατική τριβή μέτρου:



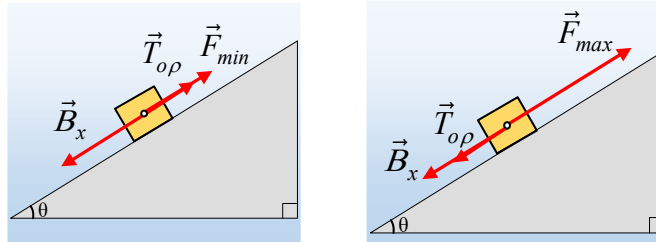
$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow T_s + F_1 = B_x \rightarrow T_s = B_x - F_1 = 40 \text{ N} - 25 \text{ N} = 15 \text{ N}$$

Η οποία μπορεί να υπάρξει, αφού η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής (η οριακή τριβή) είναι ίση με 18N.

iii) Με βάση το προηγούμενο ερώτημα, όσο μικραίνουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης, τόσο θα αυξάνεται το μέτρο της στατικής τριβής. Αλλά η στατική τριβή μπορεί να πάρει την μέγιστη τιμή της  $T_{smax}=T_{op}=T_{ol}=18N$ , οπότε στην περίπτωση αυτή η δύναμη γίνεται ελάχιστη με μέτρο:

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_{min} + T_{op} = B_x \rightarrow$$

$$F_{min} = B_x - T_{op} = 40N - 18N = 22N.$$

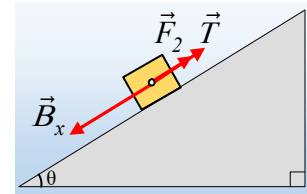


Αντίθετα αν αρχίσουμε να αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης F, κάποια στιγμή θα μηδενιστεί η τριβή και όταν  $F > B_x$ , η τριβή θα αλλάξει φορά και θα έχουμε την κατάσταση του δεύτερου από τα παραπάνω σχήματα. Η μέγιστη τιμή της δύναμης θα είναι αυτή, για την οποία το σώμα είναι έτοιμο (οριακά) να επιταχυνθεί προς τα πάνω, πράγμα που σημαίνει ότι  $T_s = T_{op}$ , οπότε:

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_{max} = T_{op} + B_x \rightarrow$$

$$F_{max} = B_x + T_{op} = 40N + 18N = 58N.$$

iv) Αν η δύναμη πάρει την τιμή  $F_2 = 12N$ , τιμή μικρότερη από την ελάχιστη για την οποία έχουμε ισορροπία, το σώμα θα επιταχυνθεί προς τα κάτω, ενώ οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω του, είναι αυτές του διπλανού σχήματος. Από τον θεμελιώδη νόμο τη δυναμικής, θα πάρουμε:



$$\Sigma F_x = m\alpha \rightarrow B_x - T - F_2 = m\alpha \rightarrow$$

$$a = \frac{B_x - T - F_2}{m} = \frac{40N - 18N - 12N}{5kg} = 2m/s^2.$$

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)