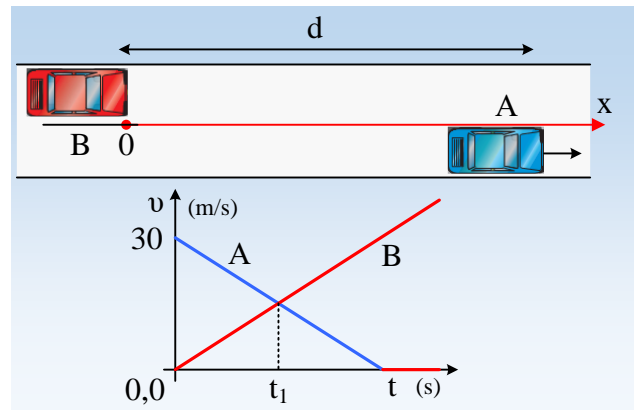


## Δυο αυτοκίνητα στον ίδιο δρόμο

Κατά μήκος ευθύγραμμου δρόμου κινείται ένα αυτοκίνητο A και σε μια στιγμή  $t=0$  απέχει κατά  $d=100\text{m}$  από ένα δεύτερο αυτοκίνητο B, το οποίο ήταν ακίνητο. Τη στιγμή αυτή αρχίζει να κινείται προς την ίδια κατεύθυνση και το B αυτοκίνητο και στο διάγραμμα βλέπετε το πώς μεταβάλλονται οι ταχύτητες των δύο αυτοκινήτων σε συνάρτηση με το χρόνο.



i) Αν η απόσταση των δύο αυτοκινήτων την χρονική στιγμή  $t_1$  είναι  $d_1$ , τότε:

α)  $d_1 < d$ ,   β)  $d_1 = d$ ,   γ)  $d_1 > d$ .

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ii) Αν τα δυο αυτοκίνητα έχουν ίσες κατά μέτρο επιταχύνσεις και  $t_1=20\text{s}$ , ενώ η αρχική θέση του B αυτοκινήτου θεωρηθεί ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα  $x$ , με θετική την προ τα δεξιά κατεύθυνση, ζητούνται:

α) Οι επιταχύνσεις των αυτοκινήτων.

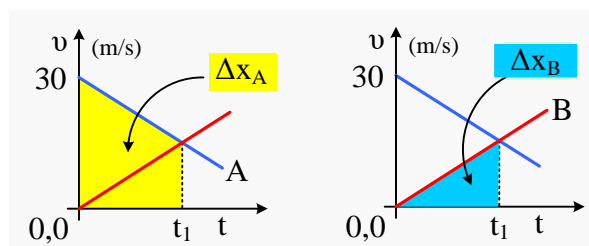
β) Οι θέσεις των δύο αυτοκινήτων την στιγμή  $t_1$ .

γ) Η μέγιστη απόσταση μεταξύ των δύο αυτοκινήτων, μέχρι την στιγμή  $t_2$ , στην οποία σταματά το A αυτοκίνητο να κινείται.

δ) Ποια η απόσταση μεταξύ των δύο αυτοκινήτων την στιγμή  $t_2$ ;

### Απάντηση:

i) Σε ένα διάγραμμα  $v-t$ , «το εμβαδόν το χωρίου, είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση του κινητού». Αν λοιπόν πάρουμε τα διαγράμματα για τα δύο αυτοκίνητα:



Το εμβαδόν του κίτρινου τραpezίου, στο πρώτο διάγραμμα είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση του A αυτοκινήτου, ενώ το εμβαδόν του γαλάζιου τριγώνου, στο δεύτερο σχήμα, είναι αριθμητικά ίσο με την αντίστοιχη μετατόπιση του B αυτοκινήτου. Από την σύγκριση των δύο εμβαδών προκύπτει ότι το A διανύει μεγαλύτερη απόσταση μέχρι την στιγμή  $t_1$ , οπότε έχει απομακρυνθεί ακόμη περισσότερο από το B. Έτσι η σωστή επιλογή είναι η γ).

ii) Έστω  $v_1$  η κοινή ταχύτητα των δύο αυτοκινήτων την στιγμή  $t_1$ .

α) θα έχουμε για τις δυο επιταχύνσεις  $\alpha_1$  και  $\alpha_2$  για τα αυτοκίνητα A και B αντίστοιχα:

$$\alpha_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_o}{t_1} < 0 \quad \text{και} \quad \alpha_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1}{t_1}$$

Οπότε για τα μέτρα τους θα έχουμε:

$$|\alpha_1| = \alpha_2 \rightarrow \frac{v_o - v_1}{t_1} = \frac{v_1}{t_1} \rightarrow 2v_1 = v_o \rightarrow v_1 = \frac{v_o}{2} = 15 \text{ m/s}$$

Έτσι με αντικατάσταση στις παραπάνω εξισώσεις βρίσκουμε:

$$\alpha_1 = \frac{v_1 - v_o}{t_1} = \frac{15 - 30}{20} \text{ m/s}^2 = -\frac{3}{4} \text{ m/s}^2 \quad \text{και}$$

$$\alpha_2 = \frac{v_1}{t_1} = \frac{15}{20} \text{ m/s}^2 = \frac{3}{4} \text{ m/s}^2$$

β) Το αυτοκίνητο A, την στιγμή  $t_0=0$  βρίσκεται στην θέση  $x_{0A}=100\text{m}$ , αλλά τότε για την θέση του τη στιγμή  $t_1$ , θα έχουμε:

$$\Delta x_A = v_o t + \frac{1}{2} a_1 t^2 \rightarrow x_A = x_{0A} + v_o t + \frac{1}{2} a_1 t^2 \rightarrow$$

$$x_A = 100\text{m} + 30 \cdot 20\text{m} + \frac{1}{2} \left( -\frac{3}{4} \right) \cdot 20^2 \text{m} = 100\text{m} + 600\text{m} - 150\text{m} = 550\text{m}$$

Ενώ το B αυτοκίνητο που ξεκινά χωρίς αρχική ταχύτητα και από την αρχή του άξονα, θα έχουμε:

$$\Delta x_B = x_B = \frac{1}{2} a_2 t^2 \rightarrow x_B = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot 20^2 \text{m} = 150\text{m}$$

γ) Για όσο χρόνο το A αυτοκίνητο έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από το B, απομακρύνεται από αυτό και η απόσταση μεταξύ των αυτοκινήτων αυξάνεται. Αυτό συμβαίνει μέχρι την στιγμή  $t_1$  που οι ταχύτητές τους εξισώνονται. Στη συνέχεια το B αυτοκίνητο κινείται με μεγαλύτερη ταχύτητα, με αποτέλεσμα να πλησιάζει το A και η απόσταση μεταξύ τους να μειώνεται. Άρα η μέγιστη απόσταση μεταξύ τους είναι την στιγμή  $t_1$ , όπου:

$$d_{max} = d_1 = x_A - x_B = 550\text{m} - 150\text{m} = 400\text{m}$$

δ) Για την ταχύτητα του A αυτοκινήτου ισχύει:

$$v_A = v_{0A} + \alpha_1 t \xrightarrow{v_A=0} 0 = 30 + \left( -\frac{3}{4} \right) t_2 \rightarrow t_2 = 40\text{s}$$

Οπότε αντικαθιστώντας στις παραπάνω εξισώσεις για τις θέσεις των δύο αυτοκινήτων  $t=40\text{s}$ , βρίσκουμε:

$$x_{A,2} = x_{0A} + v_o t_2 + \frac{1}{2} a_1 t_2^2 \rightarrow$$

$$x_{A,2} = 100m + 30 \cdot 40m + \frac{1}{2} \left( -\frac{3}{4} \right) \cdot 40^2 m = 100m + 1200m - 600m = 700m$$

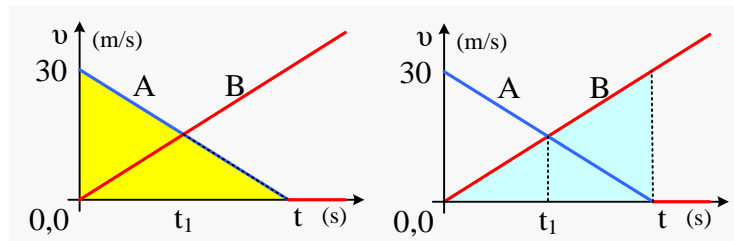
$$x_{B,2} = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 \rightarrow x_{,2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot 40^2 m = 600m$$

Αλλά τότε η απόσταση  $d_2$  μεταξύ τους είναι ίση:

$$d_2 = x_{A,2} - x_{B,2} = 700m - 600m = 100m$$

### Σχόλιο:

Αν δεν μπαίναμε στον κόπο να δουλέψουμε με τις εξισώσεις κίνησης, αλλά μέναμε στα διαγράμματα  $v-t$ , τότε θα είχαμε να συγκρίνουμε δύο εμβαδά, ίσων τριγώνων! για να δούμε ότι τα δύο αυτοκίνητα την στιγμή  $t_2$  έχουν ίσες μετατοπίσεις, άρα απέχουν ξανά απόσταση  $d$  μεταξύ τους...



[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)