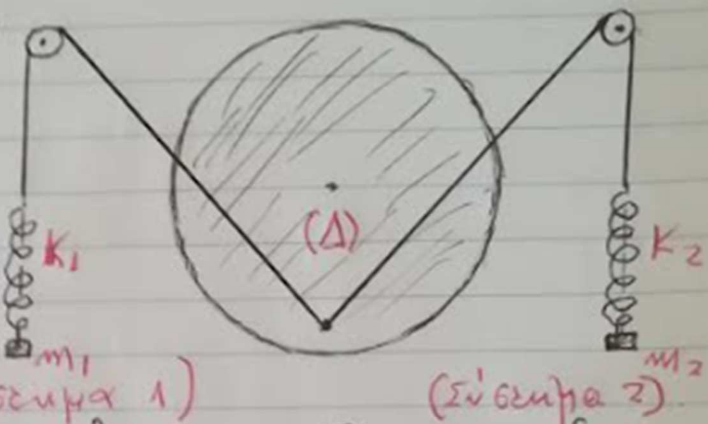
Εξαναγκασμένη ταλάντωση (Β΄Θέμα)

ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ (Β΄ ΘΕΜΑ)

Ο τροχός-διεγέρτης (Δ) του σχήματος, ασκεί μέσω των νημάτων, αρμονική δύναμη του ίδιου πλάτους και της ίδιας συχνότητας ($f_Δ$) στα συστήματα (1) και (2).



Η συχνότητα διέγερσης λαμβάνει τιμές $0 < f_Δ < \infty$. Για τα δυο συστήματα που εκτελούν εξαναγκασμένη ταλάντωση ισχύει: $K_2 = 4K_1$ και $m_2 = m_1$

I) Υπάρχει μια και μοναδική συχνότητα του διεγέρτη ($f'_Δ$) για την οποία, οι μέγιστες κινητικές ενέργειες των δύο συστημάτων είναι ίσες;
Η συχνότητα αυτή ($f'_Δ$) βρίσκεται στην περιοχή

A) $0 < f^0_{(1)}$; B) $f^0_{(1)} < f'_Δ < f^0_{(2)}$; Γ) $f^0_{(2)} < f'_Δ < \infty$;

$f^0_{(1)}, f^0_{(2)}$ οι ιδιοσυχνότητες των δυο συστημάτων.

II) Για την συχνότητα ($f'_Δ$), ο λόγος των μέγιστων τιμών της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης των δυο συστημάτων $\left(\frac{U^{ΔΥΝ,max}_{(1)}}{U^{ΔΥΝ,max}_{(2)}}\right)$ είναι ίσος με:

A) $\frac{1}{2}$; B) $\frac{1}{7}$; Γ) $\frac{1}{4}$;

ΑΡΤΕΜΗΣ ΣΑΡΑΝΤΗΣ
ΦΥΣΙΚΟΣ

Ο διεγέρτης ασκεί στα συστήματα δύναμη: $F_\Delta = F_0 συνω_\Delta t$

Οι ιδιοσυχνότητες είναι:

$$\omega_{0,1}^2 = \frac{k_1}{m_1} \ \& \ \omega_{0,2}^2 = \frac{k_2}{m_2} \xrightarrow{k_2=4k_1,\ m_2=m_1=m} \omega_{0,2} = 2\omega_{0,1} \quad (1)$$

Θεωρούμε ίδιο συντελεστή απόσβεσης b.

Τα πλάτη των δύο συστημάτων είναι:

$$A_1 = \frac{F_0}{\sqrt{m^2\left(\omega_\Delta^2 - \omega_{0,1}^2\right)^2 + b^2\omega_\Delta^2}} \text{ και } A_2 = \frac{F_0}{\sqrt{m^2\left(\omega_\Delta^2 - \omega_{0,2}^2\right)^2 + b^2\omega_\Delta^2}} \quad (2)$$

Ι) Η μέγιστη κινητική ενέργεια είναι:

$$K_{max} = \frac{1}{2} m υ_{max}^2 = \frac{1}{2} m \omega_\Delta^2 A^2 \quad (3)$$

Αναζητούμε ω_Δ' ώστε:

$$K_{1,max} = K_{2,max} \overset{(3)}{\Leftrightarrow} \frac{1}{2} m_1 {\omega_\Delta'}^2 A_1^2 = \frac{1}{2} m_2 {\omega_\Delta'}^2 A_2^2 \Leftrightarrow A_1^2 = A_2^2 \overset{(2)}{\Leftrightarrow}$$

$$m^2\left({\omega_\Delta'}^2 - \omega_{0,1}^2\right)^2 + b^2{\omega_\Delta'}^2 = m^2\left({\omega_\Delta'}^2 - \omega_{0,1}^2\right)^2 + b^2{\omega_\Delta'}^2 \Leftrightarrow$$

$$\left|{\omega_\Delta'}^2 - \omega_{0,1}^2\right| = \left|{\omega_\Delta'}^2 - \omega_{0,2}^2\right| \Leftrightarrow \omega_\Delta' = \sqrt{\frac{\omega_{0,1}^2 + \omega_{0,2}^2}{2}} \overset{(1)}{\Leftrightarrow}$$

$$\omega_\Delta' = \sqrt{\frac{5}{2}}\omega_{0,1} \quad (4)$$

Από (1)&(4): $\omega_{0,1} < \omega_\Delta' < \omega_{0,2} \Leftrightarrow \mathbf{f_{0,1} < f_\Delta' < f_{0,2}}$ *

* Στο ίδιο συμπέρασμα μπορούμε να καταλήξουμε με διαγράμματα πλάτους $A \leftrightarrow f_\Delta$.

ΙΙ) Η μέγιστη δυναμική ενέργεια είναι:

$$U_{max} = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2 \quad (5)$$

Από (5) είναι: $\dfrac{U_{1,max}}{U_{2,max}} = \dfrac{\frac{1}{2} m_1 \omega_{0,1}^2 A_1^2}{\frac{1}{2} m_2 \omega_{0,2}^2 A_2^2} \xLeftrightarrow{\text{Για } \omega_\Delta' \text{ είναι } A_1 = A_2}$

$$\frac{U_{1,max}}{U_{2,max}} = \frac{\omega_{0,1}^2}{\omega_{0,2}^2} \overset{(1)}{\Leftrightarrow} \boxed{\frac{U_{1,max}}{U_{2,max}} = \frac{1}{4}}$$