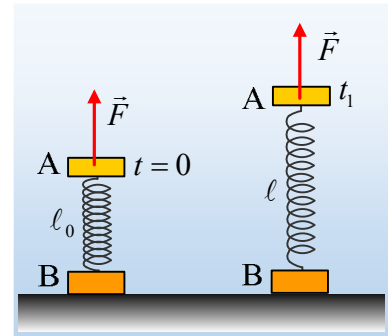


Η ορμή ενός σώματος και ενός συστήματος

Δύο σώματα Α και Β, με μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=2\text{kg}$ αντίστοιχα, είναι δεμένα στα άκρα ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k=40\text{N/m}$. Το Β στηρίζεται στο έδαφος, ενώ το Α, συγκρατείται στην θέση του σχήματος, στο πάνω άκρο του ελατηρίου, με το ελατήριο στο φυσικό μήκος του. Κάποια στιγμή $t=0$, ασκούμε στο σώμα Α μια σταθερή κατακόρυφη δύναμη μέτρου $F=36\text{N}$, με αποτέλεσμα μετά από λίγο, την στιγμή t_1 το σώμα Α να έχει ανέβει κατά h , ενώ το Β χάνει την επαφή με το έδαφος.



i) Για την στιγμή t_1 να βρεθούν:

- α) Το ύψος h .
- β) Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, καθώς και η αύξηση της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του σώματος Α.
- γ) Η ταχύτητα του σώματος Α.
- δ) Η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος Α.

ii) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συστήματος για $t > t_1$ και να υπολογιστεί η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων, την χρονική στιγμή t_2 , όπου $t_2=t_1+2\text{s}$.

Υπενθυμίζεται ότι η δύναμη του ελατηρίου (η δύναμη που ένα ελατήριο ασκεί σε ένα σώμα) ικανοποιεί τον νόμο του Hooke $F_{ελ}=k \cdot \Delta l$, ενώ ένα παραμορφωμένο ελατήριο έχει δυναμική ενέργεια $U = \frac{1}{2} k \cdot (\Delta l)^2$.

Απάντηση:

i) Καθώς το σώμα Α κινείται προς τα πάνω, επιμηκύνει το ελατήριο, το οποίο ασκεί δύναμη στο σώμα Β, όπως στο διπλανό σχήμα.

α) Τη στιγμή που το σώμα έχει ανέβει κατά h , το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί κατά $\Delta l=h$ και από την ισορροπία του σώματος Β, παίρνουμε (τη στιγμή που χάνεται η επαφή, μηδενίζεται η κάθετη αντίδραση N του επιπέδου):

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow F_{ελ} + N - w_2 = 0 \xrightarrow{N=0} k \cdot \Delta l = m_2 g \rightarrow$$

$$\Delta l = h = \frac{m_2 g}{k} = \frac{2 \cdot 10}{40} \text{ m} = 0,5 \text{ m}$$

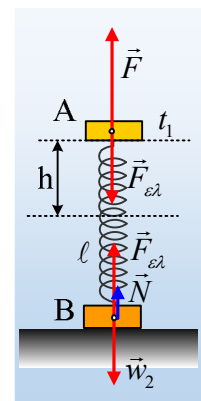
β) Το ελατήριο τη στιγμή t_1 έχει δυναμική ενέργεια:

$$U_{ελ} = \frac{1}{2} k \cdot (\Delta l)^2 = \frac{1}{2} 40 \cdot 0,5^2 \text{ J} = 5 \text{ J}$$

Ενώ η αύξηση της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του σώματος, είναι:

$$\Delta U = m_1 g h = 1 \cdot 10 \cdot 0,5 \text{ J} = 5 \text{ J}$$

γ) Στο σύστημα μεταφέρεται ενέργεια μέσω του έργου της δύναμης F , ίση με το έργο της δύναμης:



$$W_F = F \cdot \Delta y \cdot \sigma \nu \nu 0^\circ = F \cdot h = 36 \cdot 0,5 J = 18 J$$

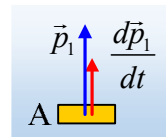
Η παραπάνω ενέργεια κατά ένα μέρος αποθηκεύεται στο ελατήριο, ένα άλλο μέρος προκάλεσε την αύξηση της δυναμικής ενέργειας του σώματος, ενώ το υπόλοιπο αυξάνει την κινητική ενέργεια του σώματος. Έτσι με βάση την διατήρησης της ενέργειας, γράφουμε:

$$W_F = U_{\varepsilon\lambda} + \Delta U_\beta + \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(W_F - U_{\varepsilon\lambda} - \Delta U_\beta)}{m_1}} = \sqrt{\frac{2(18 - 5 - 5)}{1}} m/s = 4 m/s$$

δ) Με βάση τα παραπάνω, το σώμα Α έχει κατακόρυφη ορμή με φορά προς τα πάνω και μέτρο:

$$p_1 = m_1 \cdot v_1 = 1 \cdot 4 \text{ kgm/s} = 4 \text{ kgm/s}$$



Την ίδια κατεύθυνση έχει και ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος Α:

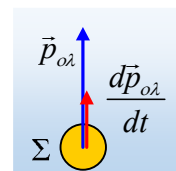
$$\frac{dp_1}{dt} = \Sigma F = F - F_{\varepsilon\lambda} = F - k \cdot \Delta \ell - w_1 = (36 - 40 \cdot 0,5 - 1 \cdot 10) \text{ kgm/s}^2 = 6 \text{ kgm/s}^2.$$

ii) Ο γενικευμένος νόμος του Νεύτωνα, για το σύστημα των δύο σωμάτων, μετά την στιγμή t_1 γράφεται:

$$\frac{d\vec{p}_{o\lambda}}{dt} = \Sigma \vec{F}_{\varepsilon\xi} \rightarrow \frac{dp_{o\lambda}}{dt} = F - w_1 - w_2 = F - (m_1 + m_2)g \rightarrow$$

$$\frac{dp_{o\lambda}}{dt} = (36 - (1 + 2)10) \text{ kgm/s}^2 = 6 \text{ kgm/s}^2$$

Ο παραπάνω ρυθμός μεταβολής της ορμής του συστήματος παραμένει σταθερός, οπότε ταυτίζεται και με τον μέσο ρυθμό:



$$\frac{d\vec{p}_{o\lambda}}{dt} = \Sigma \vec{F}_{\varepsilon\xi} \rightarrow \frac{\Delta p_{o\lambda}}{\Delta t} = F - w_1 - w_2 = 6 \text{ kgm/s}^2$$

$$\frac{p_{o\lambda,2} - p_{o\lambda,1}}{\Delta t} = 6 \text{ kgm/s}^2 \rightarrow p_{o\lambda,2} = p_{o\lambda,1} + 6 \Delta t \rightarrow$$

$$p_{o\lambda,2} = 4 \text{ kgm/s} + 6 \cdot 2 \text{ kgm/s} = 16 \text{ kgm/s}$$

Και η ορμή του συστήματος την στιγμή αυτή είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω.

dmargaris@gmail.com