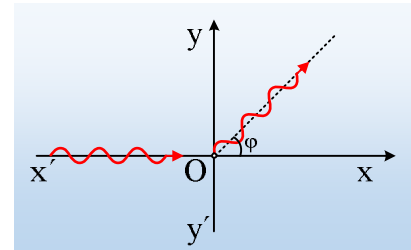


Η σκέδαση Compton και μια εφαρμογή

Ένα ηλεκτρόνιο βρίσκεται ακίνητο στην αρχή O ενός συστήματος ορθογωνίων αξόνων. Ένα φωτόνιο με μήκος κύματος $\lambda=0,2\text{nm}$ διαδίδεται κατά μήκος του άξονα x' και μετά την αλληλεπίδρασή του με το ηλεκτρόνιο, διαπιστώνουμε ότι το φωτόνιο αποκτά μήκος κύματος λ' και διαδίδεται όπως στο σχήμα, σχηματίζοντας γωνία φ με τον x άξονα, όπου $\eta\mu\varphi=0,8$ και $\sigma\upsilon\varphi=0,6$



Ζητούνται:

- i) Η ενέργεια και η ορμή του φωτονίου που προσπίπτει στο ηλεκτρόνιο.
- ii) Η ενέργεια και η ορμή του σκεδαζόμενου φωτονίου.
- iii) Η κινητική ενέργεια που αποκτά το ηλεκτρόνιο.
- iv) Οι συνιστώσες της ορμής του ηλεκτρονίου στους δυο άξονες x και y .
- v) Η γωνία που σχηματίζει η διεύθυνση κίνησης του ηλεκτρονίου με τον άξονα x .

Δίνονται $c=3\cdot 10^8\text{m/s}$, $h=6,6\cdot 10^{-34}\text{J}\cdot\text{s}$, $q_e=-1,6\cdot 10^{-19}\text{C}$, $m_e=9\cdot 10^{-31}\text{kg}$, ενώ οι ενέργειες να υπολογιστούν σε eV .

Δίνεται επίσης η εξίσωση για τα μήκη κύματος προσπίπτοντος και σκεδαζόμενου φωτονίου:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \sigma\upsilon\varphi)$$

Απάντηση:

- i) Αρχικά το φωτόνιο έχει ενέργεια:

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = 6,6 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{0,2 \cdot 10^{-9}} \text{J} = 9,9 \cdot 10^{-16} \text{J} = \frac{9,9 \cdot 10^{-16} \text{J}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{J/eV}} = 6187 \text{eV}$$

Ενώ η ορμή του, με διεύθυνση πάνω στον άξονα x και φορά προς τα δεξιά, έχει μέτρο:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{0,2 \cdot 10^{-9}} \text{kgm/s} = 3,3 \cdot 10^{-24} \text{kgm/s}$$

- ii) Το μήκος κύματος του φωτονίου που σκεδάζεται είναι ίσο:

$$\begin{aligned} \lambda' - \lambda &= \frac{h}{mc} (1 - \sigma\upsilon\varphi) \rightarrow \lambda' = 0,2 \cdot 10^{-9} \text{m} + \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{9 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} (1 - 0,6) \text{m} \rightarrow \\ \lambda' &= 2 \cdot 10^{-10} \text{m} + 0,009 \cdot 10^{-10} \text{m} = 2,009 \cdot 10^{-10} \text{m} \end{aligned}$$

Οπότε με την ίδια λογική, η ορμή του φωτονίου που σκεδάζεται θα σχηματίζει γωνία φ με τον άξονα x και

θα έχουμε:

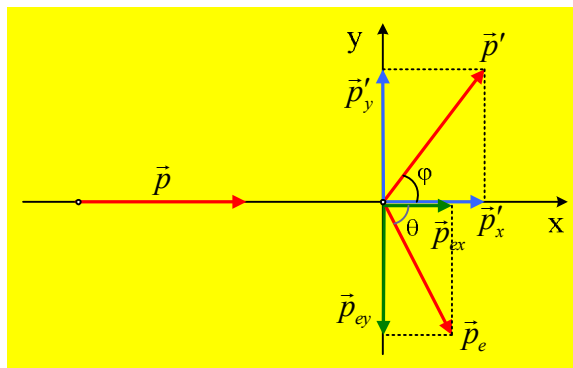
$$E' = hf' = h \frac{c}{\lambda'} = 6,6 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{2,009 \cdot 10^{-10}} J = 9,85 \cdot 10^{-16} J = \frac{9,85 \cdot 10^{-16} J}{1,6 \cdot 10^{-19} J/eV} = 6160 eV$$

$$p' = \frac{h}{\lambda'} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{2,009 \cdot 10^{-10}} kgm/s = 3,28 \cdot 10^{-24} kgm/s$$

iii) Από την διατήρηση της ενέργειας για την αλληλεπίδραση φωτονίου-ηλεκτρονίου παίρνουμε:

$$E = E' + K_e \rightarrow K_e = E - E' = 6187 eV - 6160 eV = 27 eV$$

iv) Στο παρακάτω σχήμα έχουν σημειωθεί η ορμή \vec{p} του προσπίπτοντος φωτονίου, η ορμή \vec{p}' του σκεδαζόμενου και η τελική ορμή του ηλεκτρονίου \vec{p}_e , η οποία σχηματίζει γωνία θ με τον άξονα x. Έχουμε ακόμη αναλύσει τις δύο τελευταίες ορμές σε συνιστώσες στους άξονες x και y.



Από την αρχή διατήρηση της ορμής (την εφαρμόζουμε σε άξονες) παίρνουμε:

$$p_{\text{πριν},x} = p_{\text{μετά},x} \rightarrow p = p'_x + p_{ex} \rightarrow p_{ex} = p - p' \cos \varphi \rightarrow$$

$$p_{ex} = 3,3 \cdot 10^{-24} kgm/s - 3,28 \cdot 10^{-24} \cdot 0,6 kgm/s = 1,33 \cdot 10^{-24} kgm/s \quad \text{και}$$

$$p_{\text{πριν},y} = p_{\text{μετά},y} \rightarrow 0 = p'_y + p_{ey} \rightarrow p_{ey} = -p' \sin \varphi \rightarrow$$

$$p_{ey} = -3,28 \cdot 10^{-24} \cdot 0,8 kgm/s = -2,62 \cdot 10^{-24} kgm/s$$

Όπου το αρνητικό πρόσημο στην ορμή p_{ey} σημαίνει ότι έχει κατεύθυνση προς την αρνητική φορά του άξονα, όπως φαίνεται και στο σχήμα.

v) Για να προσδιορίσουμε την γωνία θ που σχηματίζει το κινούμενο ηλεκτρόνιο με την διεύθυνση x, υπολογίζουμε την εφθ:

$$\varepsilon \varphi \theta = \frac{|p_{ey}|}{|p_{ex}|} = \frac{2,62}{1,33} = 1,97$$