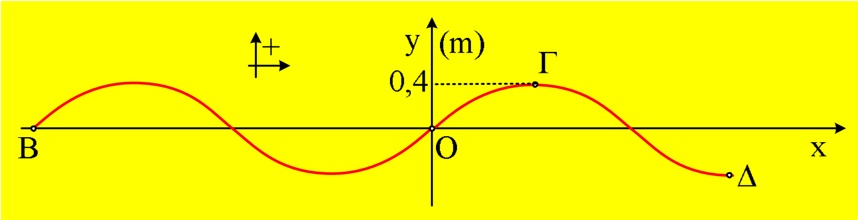
Κύματα σε ένα τμήμα χορδής

Στο σχήμα βλέπετε ένα τμήμα ενός γραμμικού ελαστικού μέσου (τμήμα μιας χορδής), μεταξύ των σημείων Β και Δ, κάποια χρονική στιγμή την οποία θεωρούμε t=0. Τη στιγμή αυτή τα σημεία Γ και Δ έχουν μηδενική ταχύτητα ταλάντωσης.



i) Αν το κύμα είναι τρέχον και διαδίδεται προς την θετική κατεύθυνση (προς τα δεξιά) και το σημείο Ο, στη θέση x=0, θα φτάσει για πρώτη φορά σε απομάκρυνση 0,4m τη χρονική στιγμή t_1=0,6s, ζητούνται:

α) Να υπολογιστεί η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Ο, τη στιγμή t=0.

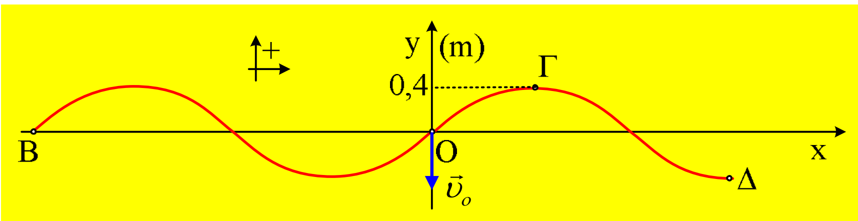
β) Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος για την ίδια περιοχή, τη χρονική στιγμή t_2=1s.

γ) Να υπολογιστούν οι απομακρύνσεις και οι ταχύτητες των σημείων Β, Ο, Γ και Δ τη στιγμή t_2.

ii) Αν το στιγμιότυπο της εικόνας ανήκει σε στάσιμο κύμα, με την ίδια συχνότητα, τη στιγμή t=0, να σχεδιαστεί το αντίστοιχο στιγμιότυπο την στιγμή t_2. Στο σχήμα να σημειωθούν οι ταχύτητες στα σημεία της περιοχής που έχουμε κοιλίες.

Απάντηση:

i) Αφού το κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά, το υλικό σημείο που βρίσκεται στη θέση x=0, διεγείρεται σε ταλάντωση από ένα σημείο στα αριστερά του, όποτε με βάση τη λογική «κάνε ό,τι κάνω…» το Ο θα κινηθεί προς τα κάτω. Άρα τη στιγμή t=0 το σημείο Ο έχει ταχύτητα ταλάντωσης με φορά προς τα κάτω, όπως στο σχήμα.



α) Για να φτάσει το σημείο Ο σε απομάκρυνση y=+0,4m, θα πρέπει να κινηθεί από την θέση ισορροπίας του, στην θέση y_1=-0,4m, ξανά στην θέση ισορροπίας και στην συνέχεια να φτάσει στην θέση y=+Α. Αλλά τότε ο χρόνος που μας δίνεται είναι ίσος με τα ¾ της περιόδου. Έτσι:

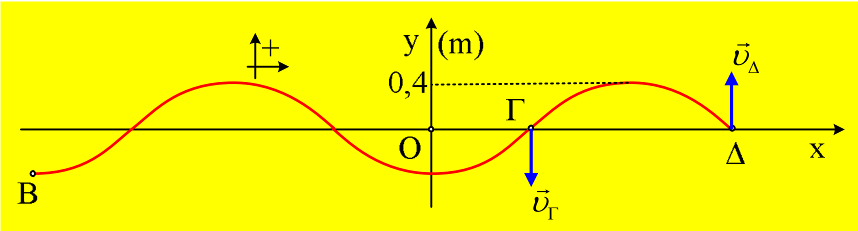
$$\frac{3}{4}T = t_1 \rightarrow T = \frac{4}{3}t_1 = \frac{4}{3}0{,}6s = 0{,}8s$$

Οπότε η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σημείου Ο είναι ίση:

$$\upsilon_o = -\omega A = -\frac{2\pi}{T}A = -\frac{2\pi}{0,8}\cdot 0,4m = -\pi m/s = -3,14m/s$$

β) Η στιγμή t_2=1s αντιστοιχεί σε χρόνο Τ+ ¼ Τ, πράγμα που σημαίνει ότι όλα τα σημεία του σχήματος, έχουν εκτελέσει 1,25 ταλαντώσεις. Έτσι για παράδειγμα το Ο αφού θα έχει κάνει μια πλήρη ταλάντωση και θα φτάσει στη θέση y=0, θα κάνει άλλο ένα τέταρτο της ταλάντωσης, φτάνοντας στην θέση y=-0,4m.

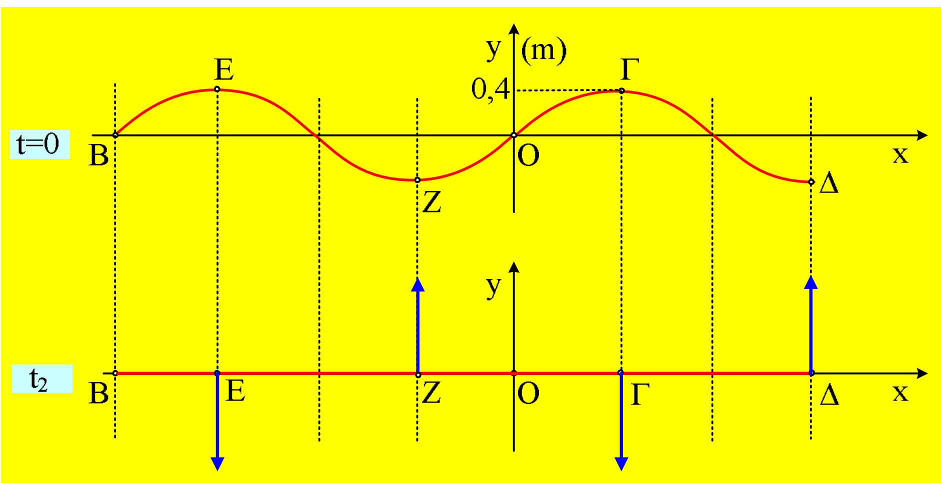
Με την ίδια λογική το σημείο Γ θα περνά από την θέση ισορροπίας του ή το Δ θα περνά επίσης από την θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τα πάνω. Με βάση τις πληροφορίες αυτές μπορούμε να σχεδιάσουμε το παρακάτω στιγμιότυπο.



γ) Με βάση το παραπάνω στιγμιότυπο, τα σημεία Β και Ο βρίσκονται σε απομακρύνσεις y=-0,4m, θέσεις πλάτους, οπότε η ταχύτητες ταλάντωσης είναι μηδενικές. Αντίθετα τα σημεία Γ και Δ περνούν από τις θέσεις ισορροπίας τους έχοντας ταχύτητες με τιμές:

$$\upsilon_\Gamma = -3,14m/s \quad \text{και} \quad \upsilon_\Delta = +3,14m/s$$

ii) Αν το στιγμιότυπο είναι απεικόνιση στάσιμου κύματος, τότε τα σημεία Β και Ο αντιστοιχούν σε δεσμούς, ενώ αντίθετα τα σημεία Γ και Δ, είναι κοιλίες του στάσιμου. Κοιλίες είναι βέβαια και τα σημεία Ε και Ζ, τα οποία έχουν σημειωθεί στο παρακάτω σχήμα. Αλλά τότε τα σημεία Β και Ο παραμένουν πάντα ακίνητα ενώ τα σημεία Ε, Ζ, Γ και Δ μετά από χρόνο t_2=Τ+ ¼ Τ, αφού εκτελέσουν μια ταλάντωση, σε χρόνο επιπλέον ¼ Τ θα περνούν από τις θέσεις ισορροπίας τους, κινούμενα με ταχύτητες όπως στο παρακάτω στιγμιότυπα, με μέγιστο μέτρο $|\upsilon_{max}|$=3,14m/s.



dmargaris@gmail.com